

Übungsblatt 12

Aufgabe 1 (3+3+4 Pkt.): Berechnen Sie für die folgenden Funktionen jeweils eine Stammfunktion:

(a) $f(x) = \frac{x-2}{x^2-4x+1},$

(b) $f(x) = \sqrt[3]{x-2} + 5,$

(c) $f(x) = -\frac{2x}{(4-3x^2)^2}.$

Aufgabe 2 (7+3 Pkt.): Gegeben seien

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 4 \\ 5 & 6 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad b = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}.$$

- a) Zeigen Sie, dass A invertierbar ist und berechnen Sie A^{-1} .
- b) Lösen Sie mit Hilfe von A^{-1} das lineare Gleichungssystem $Ax = b$.

Aufgabe 3 (10 Pkt.): Berechnen Sie die Hessematrix von der Abbildung

$$f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}, \quad f\left(\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}\right) = x_1^2 \exp(x_1^2 - 2x_2^2).$$

Aufgabe 4 (6+4 Pkt.): Wir betrachten die Abbildung

$$f : \mathbb{R}^2 \setminus \left\{ \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \right\} \rightarrow \mathbb{R}, \quad f\left(\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}\right) = \frac{1}{\sqrt{x_1^2 + x_2^2}}.$$

- a) Berechnen Sie den Gradienten $\nabla f\left(\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}\right)$.
- b) Skizzieren Sie die Höhenlinien zu $f\left(\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}\right) = \frac{1}{5}$ und $f\left(\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}\right) = \frac{1}{2}$.

Abgabe: In den entsprechenden Zettelkasten gegenüber vom Raum 25.22.00.58 oder über Ilias bis Mi., 15.07.2026, 10:00 Uhr.

Besprechung: In der Übung am Mi., 15.07.2026.